

# Unidad 15

---

- Obligaciones y Bonos

## INTRODUCCIÓN

Cuando una empresa privada o un gobierno necesitan dinero para financiar sus proyectos a largo plazo, y la cantidad requerida es bastante elevada, de tal manera que sería muy difícil obtenerla de un solo banco o inversionista, el problema se resuelve emitiendo obligaciones o bonos que pueden ser comprados tanto por personas físicas como morales. La empresa o gobierno emisor de las obligaciones o bonos recolectan dinero proveniente de los inversionistas obligándose a pagarles un interés periódico y a reintegrar el capital al cabo de un cierto tiempo.

Las obligaciones o bonos se pueden definir como documentos o títulos de crédito emitidos por una empresa privada o por un gobierno, a un plazo determinado, que ganan intereses pagaderos a intervalos de tiempo perfectamente definidos.

Cuando el documento se emite por parte de una empresa privada, se le llama obligación; cuando lo emite una institución gubernamental, recibe el nombre de bono. Esta nomenclatura, sin embargo, no es estricta. De aquí en adelante, cuando se hable en términos generales, se usará la palabra obligaciones para indicar tanto obligaciones como bonos; cuando se trate de una situación específica, se usará el nombre apropiado a dicha situación: obligaciones o bonos.

Las obligaciones se clasifican en nominativas y al portador. Son nominativas aquellas que tienen el nombre de su propietario, mientras que las obligaciones al portador no lo contienen.

Las obligaciones también se clasifican por el tipo de garantía que las respalda. Una obligación fiduciaria se refiere a aquella garantía que está constituida en un fideicomiso. La obligación hipotecaria es aquella que está garantizada con hipoteca sobre bienes propiedad de la empresa emisora. Una obligación prendaria es aquella que está garantizada por diversos bienes. La obligación quirografaria está garantizada por la buena reputación de la empresa emisora en cuanto a su cumplimiento con las obligaciones contraídas.

Las obligaciones se emiten generalmente, acompañadas de cupones para el pago de los intereses. Los cupones son pagarés que están impresos en serie y unidos a la misma obligación, y cada uno tiene impresa la fecha de su vencimiento. Para cobrar el interés ganado en un determinado periodo, el tenedor de la obligación desprende el cupón correspondiente y lo presenta al banco para su cobro. Algunas obligaciones no pagan intereses periódicamente, carecen de cupones; en este caso el interés generado se capitaliza y se pagan al vencimiento de la obligación. Asimismo, existen obligaciones que no pagan intereses en absoluto debido a que se venden en

una cantidad muy inferior a su valor nominal; es decir, se venden aplicando una tasa de descuento. Este tipo de obligaciones se llama obligaciones o bonos de cupón cero. Las partes esenciales de una obligación son:

**Fecha de Emisión:** es aquella en la cual la empresa emisora coloca sus obligaciones o bonos.

**Valor Nominal:** es el valor marcado en el documento y constituye el capital que el inversionista inicial proporciona al emisor del mismo, excepto cuando el documento es colocado con descuento.

**Valor de Redención:** es la cantidad que el emisor de la obligación o bono tendrá que entregar al tenedor (inversionista) del documento al concluir el plazo estipulado para la vigencia de la emisión. Por lo general, el valor de redención es igual al valor nominal y en este caso se dice que la obligación se redime a la par. Se tiene una emisión bajo la par o con descuento cuando el valor de redención es menor que el valor nominal. Cuando el valor de redención es mayor que el valor nominal, la emisión se redime sobre la par o con premio.

La redención de una obligación se lleva a cabo en la fecha de vencimiento, llamada también fecha de redención, la cual está estipulada en la obligación misma. Sin embargo, el emisor tiene la opción de redimir una obligación antes de su fecha de vencimiento. Para que esto se pueda llevar a cabo, es necesario que el documento contenga una cláusula de redención anticipada.

Las ventajas que logra el emisor al redimir anticipadamente una obligación son varias. Por ejemplo, si las tasas de interés bajan, la cláusula de redención anticipada permite a la empresa emisora retirar las obligaciones que están en circulación en ese momento, reemplazándolas por obligaciones que paguen una tasa de interés más baja.

**Tasa de Interés Nominal:** es la tasa utilizada por el emisor de la obligación o bono para el pago de los intereses.

#### *EJEMPLO 13.1*

¿Qué significa la expresión: un bono con valor nominal de \$ 100 se redime a 108?

#### **SOLUCION**

Significa que el valor de redención del bono será del 108% del valor nominal. Esto es \$ 108.00. En este caso el bono se redime con premio.

También se puede decir que el bono se redime a un 8% más de su valor nominal.

#### *EJEMPLO 13.2*

Los dueños de una fábrica de ropa están planeando la expansión del negocio. Por tal motivo emiten obligaciones por \$ 100.00 cada una con el fin de financiar el proyecto. Las obligaciones vencerán a la par dentro de 10 años y pagarán un interés trimestral del 15% anual.

El señor Jiménez compró una obligación\* a través de su agente de bolsa por \$ 80.00. ¿A qué pagos tiene derecho el señor Jiménez? ¿Cuál será el interés total que recibirá por su inversión?

### SOLUCIÓN

El señor Jiménez recibirá \$ 100.00 en la fecha de vencimiento de la obligación; esto es dentro de 10 años. Además, recibirá cada 3 meses el interés del cupón correspondiente, el cual tiene un valor de:

$$1 = (100) (0.15/12) (3) = \$ 3.75$$

La obligación se compró con descuento, debido a que se pagó por ella una cantidad inferior a su valor nominal. Esto hace que la rentabilidad sea mayor al 15% anual.

El interés total ganado por el inversionista es de:

$$\$ 100 + (\$ 3.75/\text{cupón}) (40 \text{ cupones}) - \$ 80 = \$ 170$$

### **Ejercicio 13.1**

1. Cuando se dice que un bono con valor nominal de \$ 100.00 se redime a 98, ¿qué se está indicando con esto?
2. Determínese el valor de redención de una obligación con valor nominal de \$ 250.00 que se redime al 114.57.
3. Determínese el valor de vencimiento de un bono con valor nominal de \$ 500.00 que se redime:
  - a) En un 11% más de su valor nominal
  - b) En un 8% menos de su valor nominal
4. Determínese el interés que usted recibirá por periodo si compra un bono de valor nominal de 1,000 dólares con vencimiento a 15 años a la par, si el pago de los intereses es cada trimestre a la tasa del 8.5% anual.
5. Se desea ampliar una fábrica de muebles y para financiar el proyecto se emiten obligaciones con un valor nominal de \$ 500.00 cada una, pagando intereses mensuales del 44.45% anual. Si el señor Pérez invierte en la compra de 150 obligaciones, ¿A qué pagos tiene derecho si el vencimiento es a la par?
6. ¿Cuál sería el pago por intereses que recibirá la señora Hernández si compra 2,500 bonos de \$ 100.00 de valor nominal, que pagan un interés semestral del 27.4% anual?
7. ¿A qué pagos tiene derecho una persona que compró bonos de cupón cero, si los bonos vencen dentro de 10 años y su valor nominal es de 1,000 dólares cada uno?
8. \*Calcule el interés semestral que recibirá el poseedor de una obligación que se redime al 115 al cabo de 5 años, sabiendo que la tasa de interés es del 22% y el valor de redención es de \$ 287.50

---

\* Aunque en teoría es posible la compra de una obligación, en la práctica existe un mínimo de compra. La cantidad mínima es establecida por cada casa de bolsa o institución bancaria.

## VALOR PRESENTE DE LAS OBLIGACIONES Y BONOS

Una característica importante de las obligaciones y bonos es que pueden negociarse en el mercado de valores; es decir, pueden ser compradas y vendidas en cualquier momento, antes de la fecha de redención, por personas diferentes al beneficiario original de la obligación o bono.

El precio que pagará un inversionista interesado en la compra de los títulos, llamado precio de mercado, podrá ser a la par, cuando el precio de mercado sea igual al valor de redención; sobre la par (con premio), si se paga un precio superior al valor de redención; bajo la par (con descuento), si se paga un precio menor al valor de redención.

El precio que se fije para una obligación o bono depende, básicamente, de los siguientes factores:

- La tasa de interés nominal
- La tasa de interés deseada por el inversionista
- El tipo de garantía de la obligación o bono
- El intervalo de tiempo para el pago de los intereses
- El valor de redención
- El tiempo que debe transcurrir hasta la fecha de redención
- Las condiciones económicas

Con base en los factores anteriores, un inversionista interesado en la compra de obligaciones debe determinar cuánto está dispuesto a pagar por ellas.

El precio a pagar por una obligación o bono se determina calculando su valor presente, con base en una tasa de interés deseada (tasa de retorno de la inversión o rentabilidad).

### EJEMPLO 13.3

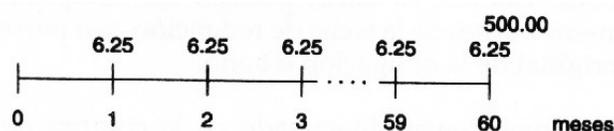
El señor Romo desea ganar 18.5% de interés capitalizable cada mes de una inversión en obligaciones. ¿Cuánto deberá pagar hoy por una obligación que tiene un valor nominal de \$ 500.00, paga intereses mensuales a la tasa del 15% anual y su redención será a la par dentro de 5 años?

#### SOLUCION

Al comprar la obligación el señor Romo adquiere el derecho de recibir el pago mensual de los intereses y el valor de redención en la fecha de vencimiento.

El pago que recibirá el señor Romo por concepto de intereses es:  $1 = (500)(0.15/12) = \$ 6.25$  cada mes

El valor de redención que recibirá, al cabo de 5 años, es de \$ 500. Lo anterior queda mostrado en el siguiente diagrama de tiempo:



Como el señor Romo desea obtener un rendimiento del 18.5% capitalizable cada mes, el precio a pagar por la obligación se obtiene calculando el valor presente de los intereses mensuales, los cuales forman una anualidad vencida, más el valor presente del valor de vencimiento, ambos calculados a la tasa del 18.5% capitalizable cada mes.

$$P = 6.25 \left[ \frac{1 - (1 + 0.185/12)^{-60}}{(0.185/12)} \right] + 500 (1 + 0.185/12)^{-60}$$

$$P = \$ 443.18$$

El precio que deberá pagar el señor Romo por cada obligación es de \$ 443.18 En este caso la obligación se está adquiriendo bajo la par o con descuento, ya que el precio de compra es menor que el valor de redención. El descuento es:

$$\text{Descuento} = 500 - 443.18 = \$ 56.82$$

El interés total ganando en cada obligación es de:

$$\text{Interés} = 500 + (6.25/\text{mes}) (60 \text{ meses}) - 443.18 = \$ 431.82$$

#### EJEMPLO 13.4

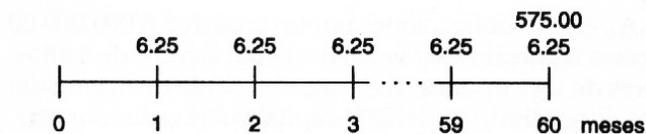
Resuelva el ejemplo anterior, si las obligaciones se redimen a 115.

#### SOLUCION

Ya se mencionó que 115 significa que el valor de redención es un 115% de su valor nominal, siendo por tanto, un valor de redención sobre la par.

El valor de redención es de:

$$(1.15) (500) = \$ 575.00$$



Como se podrá notar, los intereses mensuales permanecen inalterados ya que su cálculo se basa en el valor nominal.

El valor presente de la obligación es:

$$P = 6.25 \left[ \frac{1 - (1 + 0.185/12)^{-60}}{(0.185/12)} \right] + 575 (1 + 0.185/12)^{-60}$$

$$P = \$ 473.13$$

#### EJEMPLO 13.5

Una compañía emite bonos con valor de \$ 100.00 cada uno, redimibles a la par a un plazo de 5 años. La tasa de interés que ofrece es del 30% anual pagadero cada trimestre. ¿Qué precio se debe pagar por cada bono si se adquieren un año antes del vencimiento y se desea un rendimiento del 27.74% capitalizable cada mes?

## SOLUCION

Antes de calcular el valor presente del bono, es necesario obtener la tasa equivalente capitalizable trimestralmente de la tasa de rendimiento deseada. Por la ecuación (12.1), se tiene que:

$$27.74\% \text{ capitalizable cada mes} = 28.3861976\% \text{ capitalizable cada trimestre}$$

El interés trimestral de cada cupón es:

$$I = (100) (0.30/12) (3) = \$ 7.50$$

Por tanto, el valor de compra del bono es:

$$P = 7.50 \left[ \frac{1 - (1 + 0.283861976/4)^{-4}}{(0.283861976/4)} \right] + 100 (1 + 0.283861976)^{-4}$$

$$P = \$ 101.36$$

Los bonos se están comprando con premio.

### EJEMPLO 13.6

Editorial Escorpión, S.A., emitió obligaciones por un total de \$ 6'000,000.00 las cuales devengan intereses trimestrales y vencen a la par dentro de 4 años. Determine la tasa de interés de los cupones, si el valor presente de la emisión es de \$ 5'064,782.00 a la tasa de rendimiento del 28% capitalizable cada trimestre.

## SOLUCION

Para calcular la tasa de interés que ofrece el emisor de las obligaciones es necesario obtener primero el valor de los intereses devengados por los cupones.

Sea  $I$  el interés trimestral devengado por los cupones; por tanto, es posible formar la siguiente ecuación de valor:

$$5'064,782 = I \left[ \frac{1 - (1 + 0.28/4)^{-16}}{(0.28/4)} \right] + 6'000,000 (1 + 0.28/4)^{-16}$$

$$5'064,782 = 9.4466486029 I + 2'032,407.58678$$

$$I = \$ 321,000$$

Si los intereses son por \$ 321,000, entonces:

$$(6'000,000) (i/4) (1) = 321,000$$

$$i = 0.2140$$

$$i = 21.40\% \text{ anual}$$

### EJEMPLO 13.7

Tres años antes de la fecha de redención, la señora Robles invirtió \$ 28,677.72 en comprar 315 bonos redimibles a la par. ¿Cuál es el valor nominal de cada bono si los cupones se cobran cada mes a una tasa de interés del 26.80% anual y la tasa de rendimiento es del 31.45% capitalizable cada mes?

#### SOLUCION

El valor de compra de cada bono es de:

$$\frac{28,677.72}{315} = \$ 91.04$$

El interés devengado por cada cupón es:

$$I = (V) (0.2680/12) (1) = 0.2680 V/12$$

donde V es el valor nominal del bono.

Entonces:

$$91.04 = \left(\frac{0.2680 V}{12}\right) \left[\frac{1 - (1 + 0.3145/12)^{-36}}{(0.3145/12)}\right] + V \left(1 + \frac{0.3145}{12}\right)^{-36}$$

$$91.04 = \left(\frac{0.2680 V}{12}\right) (23.12157032) + V (0.3940221824)$$

$$91.04 = 0.5163817371 V + 0.3940221824 V$$

$$V = \$ 100$$

### EJEMPLO 13.8

Una obligación del Grupo Industrial Delta de \$100.00 se redime al 108 y paga intereses del 22% anual en cupones trimestrales. En este momento el valor presente de la obligación es de \$ 87.73 a una tasa de rendimiento del 26% capitalizable trimestralmente. Encuentre el tiempo que falta para el vencimiento.

#### SOLUCION

$$I = (100) (0.22/4) (1) = \$ 5.50$$

$$87.73 = 5.50 \left[\frac{1 - (1 + 0.26/4)^{-n}}{(0.26/4)}\right] + 108 (1 + 0.26/4)^{-n}$$

$$87.73 = \frac{5.50 (1 - 1.065)^{-n}}{0.065} + 108 (1.065)^{-n}$$

$$87.73 = 84.61538462 (1 - 1.065^{-n}) + 108 (1.065)^{-n}$$

$$87.73 = 84.61538462 - 84.61538462 (1.065)^{-n} + 108 (1.065)^{-n}$$

$$87.73 - 84.61538462 = 108 (1.065)^{-n} - 84.61538462 (1.065)^{-n}$$

$$3.11461538 = 23.38461538 (1.065)^{-n}$$

$$\log 3.11461538 = \log 23.38461538 - n \log 1.065$$

$$0.4934044238 = 1.368930231 - 0.02734960777 n$$

Por tanto:

$$n = 32 \text{ trimestres}$$

O sea:

$$n = 8 \text{ años Ejercicio 13.2}$$

1. Encontrar el valor de compra de un bono con valor nominal de \$ 100.00 que se redime a la par y fue colocado en el mercado de valores con cupones mensuales al 18% anual. El bono se compra a un año y medio antes de su vencimiento y se desea un rendimiento del 25% capitalizable cada mes. Calcule los intereses totales que se obtendrán por cada bono comprado.
2. Una obligación que paga intereses trimestrales del 25% anual es redimible a la par al cabo de 3 años. Su valor nominal es de \$ 1,000.00. ¿Cuál es el precio que debe pagarse por ella, si la tasa de interés vigente en el mercado es del 20% capitalizable cada trimestre? ¿Se compra bajo la par o sobre la par?
3. Una empresa paraestatal desea colocar bonos entre los inversionistas del mercado de valores. Su valor nominal es de \$ 1,000.00. ¿Qué precio puede pagarse por los bonos si serán redimidos en 12 años al 110, pagan intereses del 12% semestral y se desea obtener un rendimiento del 28% capitalizable cada mes? ¿Se compra bajo la par o sobre la par?
4. Una empresa textil efectúa una emisión de 10,000 obligaciones con valor nominal de \$ 500.00 cada una y redimibles a la par. La empresa pagará los intereses mediante cupones semestrales de \$ 65.00. Si la fecha de vencimiento es dentro de 10 años y la tasa de interés vigente en el mercado es del 27% capitalizable cada mes, encuentre el valor presente de toda la emisión y el valor total del descuento.
5. Calcule el valor presente de una inversión en bonos por 5,000, dólares con vencimiento a la par. Los bonos pagan un 4.5% de interés cada semestre, vencen dentro de 10 años y el inversionista que los va a adquirir desea ganar un 8% capitalizable trimestralmente.
6. Una compañía emitió hace 5 años obligaciones con valor nominal de \$ 500.00 cada una, con un plazo de redención de 15 años, liquidables al 110, y tasa de interés fija del 22.25% anual pagadera cada semestre. ¿Qué precio debe pagarse por estas obligaciones si hoy es el día de pago del décimo cupón y la tasa de rendimiento deseada es del 24.75% convertible cada mes? Calcule también el descuento o premio con que se compran y los intereses.
7. Calcular el precio que puede pagarse por un bono, así como el interés total, si el valor nominal del bono es de \$ 1,000.00, paga intereses cada mes al 25% anual y se redime por \$ 1,075.00 al final de 8 años. Se desea un rendimiento del 30% capitalizable cada mes.
8. Una obligación quirografaria de Salomón Co., de 1,000 dólares y que devenga

intereses del 9% vence el 15 de noviembre de 2010. El interés es pagadero el 15 de marzo, el 15 de julio y el 15 de noviembre. Determinar el valor de esta obligación el 15 de julio de 1994, si la tasa de rendimiento deseada es del 10.5% capitalizable cada mes, sabiendo que la obligación se redime al 113.84. Calcule los intereses.

9. Resuelva el ejemplo 14.6 si la redención de las obligaciones se lleva a cabo a un 5% más de su valor nominal.
10. Una obligación de Tecnología Láser, S.A., con valor nominal de \$ 200.00, se negocia en \$ 189.71. ¿Qué tasa de interés están devengando los cupones mensuales si la obligación se redime a la par dentro de 3 años y se tiene una tasa de rendimiento del 20.8% capitalizable cada mes?
11. El Banco Nacional colocó hoy en el mercado una nueva emisión de bonos por 150 millones de dólares, con un plazo de 7 años y un valor de redención de 100.82. Los intereses del cupón se cobrarán cada año. Encuentre la tasa de interés de la emisión si la tasa de rendimiento se desea del 8% anual capitalizable cada año y el valor presente de la emisión es igual a su valor nominal.
12. Resuelva el problema anterior si el valor de redención fuera a la par.
13. Una obligación de Aceros de México se redime a la par el 10 de agosto del año 2005. Los intereses se pagan los días 10 de febrero, 10 de mayo, 10 de agosto y 10 de noviembre a la tasa del 24% anual. Si el precio de una obligación el 10 de agosto de 1995 es de \$ 400.00, encuentre el valor nominal de la obligación si la tasa de rendimiento es igual a la tasa de interés de los cupones.
14. Resuelva el problema anterior si la obligación se redime al 113. 15. Resuelva el ejemplo 13.7 si el bono se redime al 108.
15. Un parque de diversiones lanzó una emisión de obligaciones a 30 años de plazo. Las obligaciones tendrán un rendimiento del 12% capitalizable cada semestre y los cupones se cobrarán cada semestre a una tasa del 9% anual. Si el valor presente del total de la emisión es de 228'001,119.43 dólares y será redimible al 108, calcule el valor nominal de la emisión.
16. El ingeniero Rodríguez compró 240 obligaciones en \$ 100,699.20. El valor nominal de una obligación es de \$ 500.00, se redime a la par y paga intereses del 25% anual los días 10 de marzo y 10 de septiembre. Si la tasa de rendimiento es del 30% capitalizable semestralmente, ¿cuánto tiempo falta para la redención de los títulos?
17. Un bono de 1,000 dólares que se redime al 115 paga intereses mensuales del 6% anual, está a la venta por 1,007.96 dólares. ¿Cuándo debería vencer el bono para que un comprador lograra una tasa de retomo del 10% capitalizable cada mes?
18. \*En ocasiones, las empresas emiten obligaciones o bonos que amparan diferentes series, las cuales serán pagadas en distintos plazos. Esto es lo que se conoce como obligaciones o bonos seriados.

Para resolver un problema de obligaciones o bonos seriados se trata cada serie como una obligación o bono individual. El costo total de la compra será la suma del precio de compra de cada serie y el rendimiento de la emisión será el rendimiento ponderado de las diferentes series.

Un bono seriado por \$ 600.00 será liquidado a la par en 1, 2 y 3 años de plazo en partes iguales de \$ 200.00 cada una. Encuéntrese su precio de compra si paga intereses mensuales a la tasa del 16.4% y se desea obtener un rendimiento del 18% capitalizable cada mes.

### PRECIO ENTRE FECHAS DE PAGO DE CUPONES

Todos los ejemplos y ejercicios de la sección anterior se resolvieron bajo el supuesto de que las obligaciones y bonos fueron comprados exactamente el día del vencimiento de un cupón. En la realidad, las obligaciones y bonos se pueden comprar entre fechas de pago de cupones. En este caso, el cupón que está por vencerse pertenece, una parte, al vendedor de la obligación o bono y la otra pertenece al comprador de la misma. El precio que se va a pagar por una obligación o bono, llamado precio neto, será la suma del precio de mercado más la parte proporcional de los intereses del cupón que está por vencerse y que le correspondan al vendedor del título.

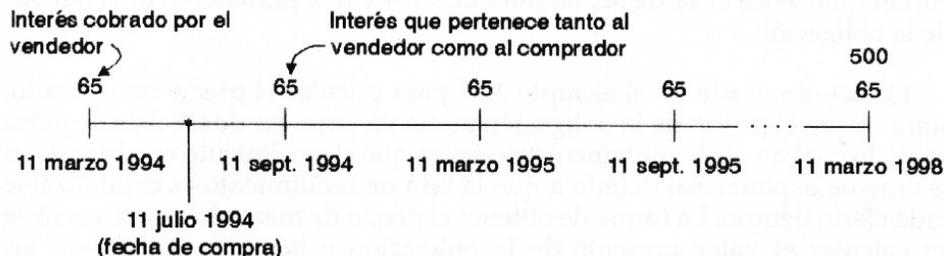
El precio de mercado es simplemente el valor presente de la obligación o bono en la fecha de compra, sin incluir el interés del cupón que está por vencerse. Para determinar el precio de mercado de una obligación o bono entre dos fechas de pago de cupón, se utiliza el método mostrado en el siguiente ejemplo.

#### EJEMPLO 13.9

Una obligación de \$ 500.00 con intereses del 26% pagaderos el 11 de marzo y el 11 de septiembre de cada año, vence a la par el 11 de marzo de 1998. La obligación se compra el 11 de julio de 1994, para que produzca el 29% de interés anual capitalizable cada semestre. Determine el precio de mercado.

#### SOLUCION

$$I = (500) (0.26/2) (1) = \$ 65 \text{ semestrales}$$



Para calcular el precio de mercado se determina, en primer lugar, el valor actual de la obligación a las fechas de pago de cupón inmediatamente antes y después de la fecha de compra. Luego se lleva a cabo una interpolación lineal entre estos dos valores para obtener el precio en la fecha de compra.

Sea  $P_0$  el valor presente de la obligación antes de la fecha de compra; esto es, el 11 de marzo de 1994 y sea  $P_1$  el valor presente después de la fecha de compra, es decir el 11 de septiembre de 1994.

$$P_0 = 65 \left[ \frac{1 - (1 + 0.29/2)^{-8}}{(0.29/2)} \right] + 500 (1 + 0.29/2)^{-8} = \$ 465.78$$

$$P_1 = 65 \left[ \frac{1 - (1 + 0.29/2)^{-7}}{(0.29/2)} \right] + 500 (1 + 0.29/2)^{-7} = \$ 468.32$$

La interpolación se lleva a cabo de la siguiente forma: el precio de la obligación se incrementa desde \$ 465.78, el 11 de marzo de 1994, hasta \$ 468.32, el 11 de septiembre de 1994, lo cual representa un incremento de \$ 2.54 en el semestre. Por tanto, es posible formar la siguiente proporción:

$$\frac{2.54}{6} = \frac{X}{4}$$

Donde 6 representa los 6 meses del semestre y 4 son los meses que hay entre el 11 de marzo de 1994 y el 11 de julio de 1994.

Resolviendo la igualdad anterior, se tiene:

$$X = \frac{(4)(2.54)}{6} = 1.69$$

Por tanto, el precio de mercado ( $P_m$ ) es:

$$P_m = 465.78 + 1.69 = \$ 467.47$$

El precio anterior no incluye la parte proporcional de los intereses del cupón que vence el 11 de septiembre de 1994 y que pertenecen al vendedor de la obligación.

El método usado en el ejemplo 13.9 para calcular el precio de mercado, supone que el precio de la obligación aumenta entre las dos fechas de forma lineal, lo cual no es absolutamente cierto, ya que el crecimiento en el precio es realmente exponencial debido a que la tasa de rendimiento es capitalizable cada cierto tiempo. La forma de obtener el precio de mercado exacto consiste en calcular el valor presente de la obligación o bono, capitalizando los intereses desde el momento de la compra hasta la fecha de redención. Para el ejercicio del ejemplo 13.9 se tiene que entre el 11 de julio de 1994 y el 11 de marzo de 1998 hay  $71/3$  semestres; por tanto:

$$P_m = 65 \left[ \frac{1 - (1 + 0.29/2)^{-71/3}}{(0.29/2)} \right] + 500 (1 + 0.29/2)^{-71/3}$$

$$P_m = \$ 467.44$$

Como se ve, existe una pequeña diferencia entre ambos precios, pero el precio mayor se encuentra con el método anterior.

Este método no es utilizado en la práctica, razón por la cual no será empleado de aquí en adelante, excepto que se indique lo contrario.

### EJEMPLO 13.10

Obtenga el precio neto de la obligación del ejemplo anterior.

### SOLUCION

Ya se mencionó que el precio de mercado no incluye los intereses del cupón que está por vencerse. Los intereses de este cupón pertenecen en parte al vendedor de la obligación y en parte al comprador. Por lo anterior, el precio neto, Pn, que pagará el comprador será la suma del precio de mercado más la parte proporcional de los intereses del cupón que está por vencerse y que pertenecen al vendedor. Para calcular el precio neto, existen 2 métodos:

1. **Método Exacto o de Interés Compuesto.** Este método considera que el crecimiento de los intereses del cupón es exponencial. Por tanto:

$$P_n = 465.78 (1 + 0.29/2)^{4/6} = \$ 509.78$$

4/6 representa la fracción de semestre que hay del 11 de marzo de 1994 al 11 de septiembre de 1994.

El precio neto a pagar por la obligación es de \$ 509.78, del cual \$ 467.47 corresponde al precio de mercado y la diferencia (\$ 509.78 - \$ 467.47 = \$ 42.31) al interés devengado por el cupón.

2. **Método Práctico.** Este método supone que el interés de la obligación crece linealmente desde un valor de \$ 0 hasta un valor de \$ 65.00, en un periodo de 6 meses.

Por tanto, es posible formar la siguiente proporción:

$$\frac{65}{6} = \frac{X}{4}$$

donde X representa el interés de la obligación al cabo de 4 meses.

Resolviendo la ecuación, se obtiene:

$$X = \frac{(4)(65)}{6} = \$ 43.33$$

El precio neto a pagar por la obligación es:

$$P_n = P_m + 43.33$$

$$P_n = 467.47 + 43.33$$

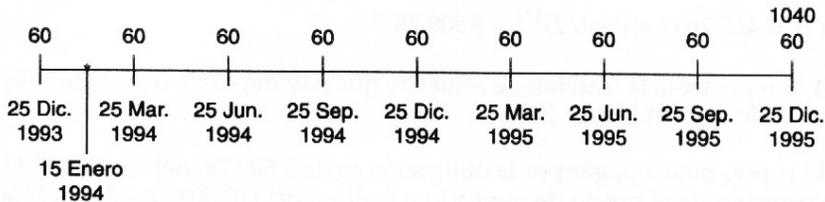
$$P_n = \$ 510.80$$

Este es el método usado en la práctica y será el utilizado en los ejemplos y ejercicios de este libro, excepto cuando se indique lo contrario.

### EJEMPLO 13.11

El 15 de enero de 1994 un inversionista adquiere un bono cuya fecha de redención es el 25 de diciembre del siguiente año. Su valor nominal es de \$1,000.00 y será redimido al 104. ¿Qué precio neto debe pagar por él si el interés que rinde es del 24% anual cada trimestre y desea un rendimiento del 22% anual capitalizable cada trimestre?

SOLUCION



$$P_0 = 60 \left[ \frac{1 - (1 + 0.22/4)^{-8}}{(0.22/4)} \right] + 1040 (1 + 0.22/4)^{-8} = \$ 1,057.74$$

$$P_1 = 60 \left[ \frac{1 - (1 + 0.22/4)^{-7}}{(0.22/4)} \right] + 1040 (1 + 0.22/4)^{-7} = \$ 1,055.91$$

El precio de la obligación baja desde \$ 1,057.74 el 25 de diciembre de 1993 hasta \$ 1,055.91 el 25 de marzo de 1994, lo cual representa un decremento de:

$$1,055.91 - 1,057.74 = -1.83 \text{ en el trimestre}$$

La proporción a formar, con el fin de interpolar, es la siguiente:

$$\frac{-1.83}{90} = \frac{X}{20}$$

$$X = -0.41$$

$$P_m = 1,057.74 + (-0.41)$$

$$P_m = \$ 1,057.33$$

Para calcular los intereses del cupón que vence el 25 de marzo de 1994 y que pertenecen al vendedor de bono, se tiene:

$$\frac{60}{90} = \frac{X}{20}$$

$$X = \$ 13.33$$

Por tanto:

$$P_n = 1,057.33 + 13.33$$

$$P_n = \$ 1,070.66$$

### EJEMPLO 13.12

Resuélvase el ejemplo 13.11 utilizando el método exacto, tanto para obtener el precio de mercado como el precio neto.

#### SOLUCION

El número de trimestres que hay de la fecha de compra (15 de enero de 1994) a la fecha de vencimiento (25 de diciembre de 1995) es de 7 trimestres exactos más una fracción de trimestre. La fracción se obtiene de la siguiente forma: entre el 15 de enero de 1994 y el 25 de marzo de 1994 hay 70 días, lo cual corresponde a  $70/90 = 7/9$  de trimestre. Por tanto, el tiempo total es de  $7\frac{7}{9}$  trimestres.

El precio de mercado es:

$$P_m = 60 \left[ \frac{1 - (1 + 0.22/4)^{-7\frac{7}{9}}}{(0.22/4)} \right] + 1040 (1 + 0.22/4)^{-7\frac{7}{9}} = \$ 1,057.34$$

El precio neto se obtiene utilizando el valor presente  $P_0$  y la fórmula del interés compuesto, con una  $n = 20/90 = 2/9$  de trimestre.

$$P_n = 1057.74 (1 + 0.22/4)^{2/9} = \$ 1,070.40$$

### Ejercicio 13.3

1. Una obligación de \$ 500.00 con intereses del 20% pagaderos el 5 de junio y el 5 de diciembre de cada año, vence el 5 de diciembre de 1999 al 106.50. La obligación fue comprada el 5 de septiembre de 1994, con una tasa de rendimiento del 24% capitalizable cada semestre. Determine el precio de mercado y el precio neto.
2. Resuelva el problema anterior utilizando el método exacto, tanto en el cálculo del precio de mercado como en el precio neto.
3. Una obligación emitida por la compañía Florida Pizza, de 1,000 dólares, paga intereses del 8.5% anual y vence a la par el 15 de enero del año 2,003. El interés es pagadero el 15 de enero de cada año. Calcule el precio de compra neto el 23 de mayo de 1994, para que rinda un 8% anual capitalizable cada año.
4. Resuelva el problema anterior utilizando el método exacto.
5. 21 meses antes de su redención, se vende una obligación con valor nominal de \$ 300.00 y vencimiento a la par. ¿Cuál es su precio neto si se paga un interés del 19% pagadero cada cuatrimestre y se pretende un rendimiento del 22% capitalizable cuatrimestralmente?
6. Un bono de \$ 1,000.00 con vencimiento a la par es adquirido 15 meses antes de su fecha de redención. El bono paga intereses bimestrales a razón del 18% anual. ¿Cuál es su precio de mercado si se desea un rendimiento del 21% capitalizable cada bimestre?
7. El 11 de marzo se compra una obligación de la compañía Diana Software, S. A., con valor nominal de \$ 500.00 y que se redime al 95% de su valor nominal el 19 de noviembre del año siguiente. Los intereses son del 26% y se pagan los días 19 de los meses de marzo, julio y noviembre de cada año. Obtener el precio neto

de la obligación si se desea un rendimiento del 27.8% capitalizable cada cuatrimestre.

- Un bono con valor nominal de \$ 800.00 se redime a 115 a los quince años de su emisión, ganando un interés del 24.75% anual pagadero cada semestre. Cuatro años y dos meses después de su emisión, se vende con una tasa de rendimiento del 20.80% capitalizable cada 6 meses. Calcular el precio neto del bono.

## CALCULO DE LA TASA DE RENDIMIENTO

En todos los ejemplos y ejercicios realizados hasta ahora, se ha indicado la tasa de rendimiento que se desea obtener al comprar una obligación o bono. En la práctica, sin embargo, es común que al inversionista sólo se le diga el precio que deberá pagar por una obligación o bono, sin que en ningún momento se le dé a conocer la tasa de rendimiento que obtendrá de su inversión; por tanto, la tasa de rendimiento tendrá que calcularse si se desea comparar la inversión en obligaciones o bonos con otras alternativas de inversión.

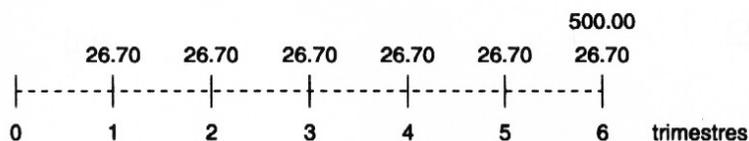
Es imposible obtener una fórmula que proporcione de manera directa la tasa de rendimiento; ésta se obtiene mediante prueba y error. El lector recordará que este método fue utilizado para el cálculo de la tasa de interés en las anualidades, y que consiste en obtener la tasa de rendimiento mediante tanteos hasta lograr el grado de precisión que se desee. También es posible obtener la tasa de rendimiento utilizando una calculadora programable, de tal manera que sea ella la encargada de realizar la búsqueda de la tasa de rendimiento.

### EJEMPLO 13.13

Una obligación de \$ 500.00 se redime a la par dentro de un año y medio. Los intereses se pagan mediante cupones trimestrales a la tasa del 21.36% anual. Si la obligación se cotiza en este momento en \$ 477.80, ¿cuál será la tasa de rendimiento?

### SOLUCION

$$I = (500) (0.2136/12) (3) = \$ 26.70$$



Si el precio de la obligación es de \$ 477.80, es posible formar la siguiente ecuación de valor:

$$477.80 = 26.70 \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-6}}{i} \right] + 500 (1 + i)^{-6}$$

donde  $i$  es la tasa de rendimiento trimestral.

A continuación se supone una tasa de rendimiento. Se puede comenzar utilizando un valor cercano a la tasa de interés de los cupones; por ejemplo, supongamos el valor 23% anual. Al sustituir este valor en la ecuación anterior se tiene:

$$477.80 \stackrel{?}{=} 26.70 \left[ \frac{1 - (1 + 0.23/4)^{-6}}{(0.23/4)} \right] + 500 (1 + 0.23/4)^{-6}$$

$$477.80 \neq 489.84$$

Si aumentamos el valor a un 26%, se tiene:

$$477.80 \stackrel{?}{=} 26.70 \left[ \frac{1 - (1 + 0.26/4)^{-6}}{(0.26/4)} \right] + 500 (1 + 0.26/4)^{-6}$$

$$477.80 \neq 471.92$$

Por los resultados obtenidos se ve que la tasa de rendimiento se encuentra entre 23% y 26%, más cerca del 26%. Supongamos ahora el valor 25%:

$$477.80 \stackrel{?}{=} 26.70 \left[ \frac{1 - (1 + 0.25/4)^{-6}}{(0.25/4)} \right] + 500 (1 + 0.25/4)^{-6}$$

$$477.80 = 477.80$$

Por tanto, la tasa de rendimiento es del 25% anual capitalizable cada trimestre.

Es posible calcular una tasa de rendimiento aproximada utilizando la siguiente fórmula:

$$r = \frac{2(I n + R - C)}{n(R + C)} \quad (14.1)$$

Donde:

r es la tasa anual de rendimiento

I es el interés del cupón

n es el número de periodos

R es el valor de redención

C es el valor de compra

La fórmula anterior es bastante utilizada en la práctica ya que permite obtener una tasa de rendimiento muy cercana a la tasa de rendimiento real.

#### EJEMPLO 13.14

Utilice la fórmula para obtener la tasa de rendimiento del ejemplo 13.13.

## SOLUCION

Los valores que deben ser sustituidos en la fórmula son:

$$I = 26.70$$

$$n = 6$$

$$R = 500$$

$$C = 477.80$$

Por tanto:

$$r = \frac{2 [(26.70) (6) + 500 - 477.80]}{6 (500 + 477.80)} = 0.06218$$

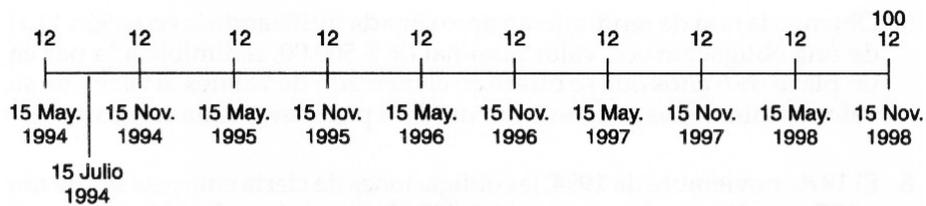
$$r = 6.2180\% \text{ trimestral}$$

$$r = 24.8722\% \text{ anual}$$

Un bono con valor nominal de \$ 100.00 paga un interés del 24% anual mediante cupones pagaderos cada semestre los días 15 de mayo y 15 de noviembre y vence, a la par, el 15 de noviembre de 1998. El 15 de julio de 1994 se cotiza en \$ 88.00. ¿Cuál es la tasa de rendimiento aproximada?

## SOLUCION

En este ejemplo se presenta la situación de un bono que se compra en una fecha que no coincide con alguna fecha de pago de cupón.



$$I = 12$$

$$R = 100$$

$$C = 88$$

Para obtener el número de periodos se tiene que: del 15 de julio de 1994 al 15 de julio de 1998 hay 4 años (8 semestres). Del 15 de julio de 1998 al 15 de noviembre de 1998, hay 4 meses ( $4/6 = 2/3$  de semestre). Por tanto, el número de periodos semestrales es  $8 \frac{2}{3}$ .

La tasa de rendimiento aproximada es:

$$r = \frac{2 [(12) (8 \frac{2}{3}) + 100 - 88]}{(8 \frac{2}{3}) (100 + 88)} = 0.1423895$$

$$r = 14.23895\% \text{ semestral}$$

$$r = 28.478\% \text{ anual}$$

Si se desea tener una respuesta más precisa, es necesario realizar cálculos de prueba y error utilizando tasas supuestas. Para este caso, el problema de encontrar una tasa de rendimiento más precisa es más complicado que el proceso de cálculo utilizado en el ejemplo 13.13.

#### **Ejercicio 13.4**

1. Un bono de \$ 1,000.00 paga intereses del 17% mediante cupones semestrales y se redime a la par. Cuatro años antes de su vencimiento el bono se cotiza en \$ 932.70. ¿Cuál será la tasa de rendimiento?
2. Resuelva el ejercicio anterior utilizando la ecuación (13.1).
3. Resuelva el ejercicio número uno, si el bono se redime a 110.
4. El señor Ramírez pagó 800 dólares por un bono de 1,000 dólares que se redime al 105, con vencimiento a 15 años e intereses pagaderos cada cuatrimestre a la tasa del 6.3% anual. ¿Qué tasa de rendimiento recibe el señor Ramírez por su inversión?
5. Obtenga la tasa de rendimiento aproximada (utilizando la ecuación 13.1) de una obligación con valor nominal de \$ 500.00, redimible a la par en un plazo de 6 años que se ofrece en el mercado de valores al 94.5% de su valor nominal. Los intereses son del 20% pagaderos cada trimestre.
6. El 19 de noviembre de 1994, las obligaciones de cierta empresa se cotizan a 107, siendo su valor nominal \$ 1,000.00 y tendrán redención a la par el 19 de noviembre de 1999. Obténgase la tasa de rendimiento si se cobran intereses mediante cupones mensuales de \$ 13.96.
7. Una obligación de 1,000 dólares al 9% anual vence a la par dentro de 15 años: los intereses se pagan semestralmente. Si el precio de compra en este momento es de 1,070 dólares, ¿cuál es la tasa aproximada de rendimiento?
8. Una obligación con valor nominal de \$ 1,000.00 que paga intereses del 28% vence el 24 de febrero de 1998. Las fechas de pago de intereses son el 24 de febrero y 24 de agosto. Si la obligación se cotiza a \$ 925.00 el 24 de mayo de 1994, ¿cuál sería la tasa de rendimiento aproximada?
9. Un bono del Gobierno Federal, con valor nominal de \$ 500.00 y redención al 102, se vende el 7 de febrero de 1994 en \$ 478.50. ¿Cuál es la tasa de rendimiento aproximada, si los intereses se pagan los días 20 de los meses de enero, mayo y septiembre con una tasa anual del 24% y se redime el 20 de mayo de 1996?
10. Las obligaciones de Productos Químicos Sigma se cotizan a 102.30 el 15 de marzo. Su fecha de redención será el 12 de diciembre del siguiente año, a la par. Determínese su tasa de rendimiento promedio si se pagan intereses mensuales a una tasa del 31.25% anual.