

# Unidad 7

---

- Descuento Compuesto

En muchas operaciones bancarias se otorgan préstamos en cuyos documentos se mencionan descuentos compuestos.

Antes de estudiar los diferentes tipos de descuentos, es conveniente que el lector conozca los siguientes conceptos:

### **Valor nominal de un pagaré**

Es el capital de la deuda. Si el pagaré no devenga interés, la cantidad a pagar al vencimiento es idéntica al valor nominal.

### **Monto nominal de un pagaré**

Si se considera el caso en que el pagaré devenga intereses, entonces el monto nominal del pagaré es igual a la suma del capital más el interés acumulado al vencimiento del documento.

### **Tipo de descuento compuesto**

Es la razón del descuento correspondiente al último periodo y el monto nominal de la deuda del vencimiento.

### **Valor líquido**

Es la cantidad que el prestatario recibe después de haber deducido el descuento compuesto del valor nominal del pagaré, o bien, del monto nominal del pagaré según sea el caso, el cual se obtiene con la siguiente fórmula:

$$P = S - S d$$

por tanto

$$P = S (1 - d)$$

donde

P = valor líquido

S = valor de un pagaré a su vencimiento

d = tasa anual efectiva de descuento por unidad

Cuando se quiere calcular el valor líquido de una deuda descontada anualmente por n años se sigue este procedimiento:

En el primer año se tiene:

$$P = S (1 - d)$$

Al segundo año,

$$P = S (1-d)(1-d) = S (1-d)^2$$

continuando con el mismo 'procedimiento durante n años, se tiene:

$$P = S(1 - d)^n$$

EJEMPLOS:

1. Una deuda de \$1 500.00 es descontada a una tasa de descuento del 4% anual; ¿cuál será su valor líquido por 3 años?

DATOS	FÓRMULA	SUSTITUCIÓN
$S = 1\ 500$ $d = 0.04$ $n = 3$	$P = S(1 - d)^n$	$P = 1\ 500(1 - 0.04)^3$ $P = 1\ 500(0.96)^3$ $P = 1\ 500(0.8847360)$ $P = 1\ 327.10$

Por tanto el valor líquido al cabo de tres años ascenderá a \$1327.10. El cuadro que sigue muestra como se descontaría la deuda de \$1 500.00 cada año.

MONTO A DESCONTAR	FACTOR DEL VALOR LÍQUIDO $(1 - d)$	VALOR LÍQUIDO
1 500.00	0.96	1 440.00
1 440.00	0.96	1 382.40
1 382.40	0.96	1 327.10

Por lo tanto se verifica que el valor líquido es de \$1 327.10.

### Descuento compuesto verdadero

El descuento compuesto verdadero se entiende como la diferencia entre el monto a pagar y su valor presente obtenido por medio de una tasa de interés compuesto:

$$D = S - P$$

Cuando el interés es capitalizable anualmente durante n años, se tiene que el descuento es:

$$D = S - S(1 + i)^{-n}$$

donde se recuerda que

$$P = S(1 + i)^{-n}$$

Factorizando el segundo miembro de la igualdad, se tiene

$$D = S[1 - (1 + i)^{-n}]$$

Cuando se usa interés nominal,  $i^{(m)}$ , capitalizado  $m$  veces por año durante  $n$  años, se obtiene:

$$D = S - S \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^{-mn}$$

Factorizando el segundo miembro de la ecuación, se tiene:

$$D = S \left[1 - \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^{-mn}\right]$$

**EJEMPLOS:**

1. ¿Cuál es el descuento compuesto verdadero a una tasa nominal del 8% de interés compuesto, capitalizable trimestralmente, sobre \$5 000.00 a pagar dentro de 5 años?

DATOS	FÓRMULA
$S = 5\ 000$ $n = 5$ $i^{(m)} = 0.08$ $m = 4$	$D = S \left[1 - \left(1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right)^{-mn}\right]$

SUSTITUCIÓN
$D = 5000 \left[1 - \left(1 + \frac{0.08}{4}\right)^{-(4 \times 5)}\right]$ $D = 5000 [1 - (1 + .02)^{-20}]$ $D = 5000 [1 - (0.6729713)]$ $D = 5000(0.3270287)$ $D = 1635.14$

Por tanto, el descuento compuesto verdadero es de \$1 635.14.

2. ¿Cuál es el descuento compuesto verdadero a una tasa nominal del 12% de interés compuesto, capitalizable semestralmente, sobre \$2 500.00 a pagar dentro de 10 años?

DATOS	FÓRMULA
$S = 2\ 500$ $n = 10$ $i^{(m)} = 0.12$ $m = 2$	$D = S \left[ 1 - \left( 1 + \frac{i^{(m)}}{m} \right)^{-mn} \right]$
SUSTITUCIÓN	
$D = 2500 \left[ 1 - \left( 1 + \frac{0.12}{2} \right)^{-(2 \times 10)} \right]$ $D = 2500 [1 - (1 + .06)^{-20}]$ $D = 2500 [1 - (0.3118047)]$ $D = 2500 (0.6881953)$ $D = 1720.49$	

Por tanto, el descuento compuesto verdadero es de \$1 720.49.

### Ejercicios:

1. ¿Cuál es el descuento compuesto verdadero a una tasa nominal del 12% de interés anual compuesto, capitalizable bimestralmente, sobre \$15 000.00 a pagar dentro de 15 años?
2. ¿Cuál es el descuento compuesto verdadero a una tasa nominal del 18% de interés anual compuesto, capitalizable trimestralmente, sobre \$8 500.00 a pagar dentro de 12 años?

### Equivalencia entre la tasa efectiva de interés $i$ y la tasa efectiva de descuento $d$

Cuando una tasa de interés efectiva  $i$  corresponde a una tasa de descuento se dice que son equivalentes; dicha relación se establece de la siguiente manera:

Como una tasa de interés es la razón del pago a efectuar por el uso del dinero ( $d$ ), respecto al dinero realmente recibido ( $1 - d$ ), se tiene:

$$i = \frac{d}{1 - d}$$

que expresa  $i$  en función de  $d$ .

Al despejar  $d$  de la ecuación anterior, se tiene:

$$i(1 - d) = d$$

$$i - id = d$$

$$i = d + di$$

intercambiando los miembros de la igualdad,

$$d + di = i$$

Factorizando el primer miembro de la igualdad:

$$d(1 + i) = i$$

De donde:

$$d = \frac{i}{1 + i}$$

que expresa  $d$  en función de  $i$ , y significa que la tasa de descuento es la razón del pago por el uso del dinero, ( $i$ ), respecto al dinero devuelto al liquidar la operación ( $1 + i$ ).

EJEMPLOS:

1. Sea una tasa de descuento del 8 % anual; ¿a qué tasa efectiva de interés equivale?

DATOS	FÓRMULA	SUSTITUCIÓN
$d = 0.08$	$i = \frac{d}{1 - d}$	$i = \frac{0.08}{1 - 0.08}$ $i = \frac{0.08}{0.92}$ $i = 0.0869565$

Por tanto, la tasa de descuento del 8% anual equivale aproximadamente a la tasa de interés efectiva del 8.70%.

2. ¿Qué tasa de descuento compuesto anual es equivalente a una tasa de interés efectiva del 12% ?

DATOS	FÓRMULA	SUSTITUCIÓN
$i = 0.12$	$d = \frac{i}{1 + i}$	$d = \frac{0.12}{1 + 0.12}$ $d = \frac{0.12}{1.12}$ $d = 0.1071429$

Por tanto, la tasa de interés efectiva del 12% equivale aproximadamente a una tasa de descuento anual del 10.71%.

**Ejercicios:**

1. Supóngase una tasa de descuento del 11% anual en operaciones que abarcan dos o más años, ¿a qué tasa efectiva de interés equivale?
2. ¿Qué tasa de descuento compuesto anual es equivalente a una tasa de interés efectiva del 10%?