

# Unidad 8

---

- Desarrollo Histórico de la Lógica Clásica

## Historia de la Lógica

### Grecia

La lógica tiene una historia casi tres veces milenaria y un desarrollo que siempre ha sido paralelo al de la ciencia y la filosofía. El más antiguo de los filósofos griegos, Tales de Mileto (640-546 a.n.e.), fue quien estableció la primera demostración de un teorema de geometría, por lo cual es considerado también como el primer matemático y el primer lógico. A partir de Tales, los matemáticos griegos realizaron un esfuerzo considerable para desarrollar los métodos de demostración, hasta conseguir encadenar los razonamientos en una sucesión tal, que el paso de una proposición a otra no dejara lugar a dudas y resultara convincente para todos. A la vez, se valieron de razonamientos heurísticos, utilizando modelos mecánicos para resolver problemas matemáticos y abandonando los modelos después de haber logrado demostrar los resultados. En los textos de los grandes matemáticos clásicos, como Euclides de Alejandría (365-275 a.n.e.), Arquímedes de Siracusa (287-212 a.n.e.) y Apolonio de Perga (fines del siglo III a.n.e.), ya se encuentran bien formulados los métodos de exposición matemática y el concepto de demostración que manejan no difiere en lo fundamental del que ahora empleamos. Por otra parte, Heraclito de Efeso (535-475 a.n.e.) plantea los problemas elementales de la dialéctica, algunos de los cuales son desarrollados en forma de paradojas por Zenón de Elea (490-430 a.n.e.), quien establece también de manera explícita el razonamiento por reducción al absurdo. Demócrito de Abdera (460-370 a.n.e.) utiliza por primera vez la palabra lógica y es el indicador de las investigaciones lógicas propiamente dichas, con sus estudios sobre la inducción, la definición, la analogía, las hipótesis, el método experimental, el principio de razón suficiente, el determinismo y los axiomas. Más tarde, Platón (428-347 a.n.e.) intenta resolver los problemas de la dialéctica con los recursos de la lógica formal. Y, mientras tanto, Protagoras de Abdera (480-410 a.n.e.) y otros sofistas desarrollan prácticamente el arte de la argumentación y hacen un análisis lógico, sutil y profundo del razonamiento.

En las contribuciones que acabamos de exponer, se advierte el propósito de extender a todo el dominio del pensamiento humano, los procedimientos cuya eficacia había sido probada en la argumentación retórica y en la demostración matemática. En otras palabras, se trataba de establecer la lógica en su sentido más general. Esa tarea culmina con la formulación del sistema de lógica más amplio y profundo de la antigüedad, expuesto por Aristóteles (384-322 a.n.e.) en el *órganon*. Este conjunto de obras comprende el tratamiento de la teoría del concepto, la teoría del juicio, la definición, la clasificación, la teoría de la argumentación, la teoría del razonamiento, los errores del razonamiento y la teoría de la demostración. Un gran mérito de Aristóteles es el de haber logrado reunir, sistematizar y codificar, por vez primera, los modos del razonamiento que estaban expresados de manera vaga o que ni siquiera se

encontraban formulados explícitamente en sus predecesores. Pero su mérito mayor es la precisión de su análisis para establecer las formas lógicas elementales, lo mismo que su acierto para vincular esas formas mediante operaciones lógicas válidas. La metodología axiomática demostrativa establecida por Aristóteles, constituye la base sobre la cual Euclides, reuniendo los conocimientos matemáticos de su época, desarrolla después de sus elementos un tratado sistemático de la geometría y de la aritmética. En particular, la estructura axiomática de la geometría euclidiana ha servido como un modelo de rigor y simplicidad para todas las disciplinas científicas.

## **China y la India**

Entre tanto, en China también tiene un desarrollo importante la lógica, aunque sus aportaciones todavía son poco conocidas entre nosotros y faltan estudios suficientes para apreciar su valor. Sin embargo, podemos mencionar las contribuciones de algunos filósofos. Mo Ti (479-381 a.n.e.) y otros miembros de la escuela mohista, hacen investigaciones sobre los métodos de comparación, de paralelismo, de analogía y de extensión. Chuang Chou (369-286 a.n.e.) desarrolla la teoría de la definición de los nombres. Hsüing Ching (298-238 a.n.e.) formula la teoría de la rectificación de los nombres y establece un método de demostración y enseñanza. Más tarde, en la India, Gotama Aksapada (siglo I n.e.) hace un compendio de los resultados lógicos obtenidos en la escuela budista de los naiyayikas y formula el silogismo inductivo-deductivo de cinco miembros. Dignaga (siglo VI) establece las reglas del arte de discutir de la lógica budista. Dharma-kirti (siglo VII) escribe un tratado de lógica budista, en el que sistematiza las formas del razonamiento, establece una teoría del juicio, desenvuelve la teoría del significado de los nombres y formula una teoría de la inferencia. Después, Dharmottara (siglo IX) comenta, desarrolla y amplía las consecuencias de la lógica de Dharma-kirti. Por último, Gaṅgeśa Upadhyaya (finales del siglo XII) desarrolla la implicación y la negación, en la nueva escala budista de la lógica nyaya.

## **Edad Media**

Durante la época medieval, la lógica aristotélica tuvo una influencia dominante, que se acentuó especialmente en los filósofos escolásticos. Las contribuciones que se hicieron entonces a la lógica formal no carecen de importancia, pero tampoco pueden equiparse a los avances logrados por los griegos en la antigüedad. El primer tratado medieval de lógica es el texto escrito por Alcuino (735-804) para el estudio del trivium (gramática, lógica y retórica) en la escuela palatina de Carlomagno. Pedro Abelardo (1079-1148) introduce la copula como expresión técnica de la lógica, distingue entre la negación de los términos de una proposición y la negación de la proposición entera, formula una síntesis dialéctica de la oposición entre el realismo y el nominalismo de los conceptos, e investiga la estructura del juicio modal. Guillermo de Shyreswood termina en 1230 el manual de lógica escolástica más antiguo, en donde formula por primera vez el esquema de división dicotómica conocido como “árbol de Porfirio” y, también, enuncia por primera vez los famosos versos mnemotécnicos sobre la reducción de los silogismos a los modos de la primera figura aristotélica:

Barbara celarent darii ferio baralipon

Celantes dabitur fapesmo frisesomorum

Cesare campestres festino baroco; darapti

Felapton disamis datisi bocardo ferison

Sin embargo, el texto medieval de lógico que tuvo mayor aceptación fue el redactado por Pedro Hispano (1210-1277), que fue utilizado hasta el siglo XVII y del cual se conocen 166 ediciones impresas. La corriente heterodoxa de la lógica medieval tiene su mejor exponente en Roger Bacón (1214-1294), quien preconiza el método experimental, hace renacer la noción griega de la ciencia y considera que la razón solo puede decidir entre un razonamiento falso y otro verdadero, mediante la verificación de la experiencia. Por otra parte, Raimundo Lulio (1235-1315) hace una formulación alquimista de la lógica e inventa un sistema de combinación mecánica de los conceptos, para establecer juicios y silogismos, por lo que es el precursor de la lógica simbólica. Finalmente Guillermo de Occam (1295-1349) hace un tratamiento sistemático de lógica, tomando en cuenta las aportaciones medievales, incluso las árabes y las bizantinas; y establece reglas para la inferencia consecuente, entre las cuales figuran las “leyes de De Morgan” sobre las propiedades distributivas de la negación lógica.

## **Época moderna**

El renacimiento comienza en la lógica con Nicolás de Cusa (1401-1464), quien establece cuatro grados del conocimiento, considerado que en el grado superior deja de cumplirse el principio de no-contradicción; y demuestra que, cuando las operaciones matemáticas se llevan al infinito, se produce la unidad de los opuestos. Petrus Ramus (1515-1572) inicia la cuantificación del predicado, hace un tratamiento lógico de la invención, considera que la conclusión de toda inferencia es siempre hipotética y hace una crítica a fondo del formalismo aristotélico. Johannes Kepler (1571-1630) establece la construcción inductiva de hipótesis, desarrolla la prueba de las premisas por medio de la conclusión, formula el argumento de la probabilidad y estudia el proceso lógico de la investigación científica. Francis Bacon (1561-1626) rompe abiertamente con el aristotelismo y rechaza a la lógica formal como instrumento del descubrimiento. En su *novum organum*, Bacon hace la primera formulación moderna del método científico, establece de manera explícita y sistemática la inducción experimental, expone métodos para determinar las relaciones de causalidad, enuncia las bases empíricas del descubrimiento y la invención, y desarrolla una teoría de la experiencia. Por su parte, Galileo Galilei (1564-1612) prueba que la lógica formal no es un instrumento del descubrimiento y que con frecuencia conduce a errores, rechaza el argumento de autoridad, introduce el tratamiento matemático de la hipótesis, formula el principio de razón suficiente, constituye a la matemática en instrumento metódico de las otras ciencias, concibe el experimento como intervención planeada en los procesos del universo, desarrolla el método experimental en sus principios y en la técnica de su aplicación, establece la teoría y la práctica de la inducción, y utiliza con acierto esas contribuciones para crear la ciencia moderna.

Durante el siglo XVII, la lógica avanza al recibir muchas contribuciones de importancia. Rene Descartes (1596-1650) inventa primero el tratamiento algebraico de la geometría y, después de fundar así la nueva ciencia de la geometría analítica,

expone magistralmente el método científico utilizado en esa tarea. Descartes adopta como criterio de verdad la claridad y la distinción de las ideas, establece como prueba demostrativa el procedimiento de la duda metódica, formula reglas lógicas para el descubrimiento, hace ver que el análisis de la experiencia permite extender la razón y que el examen de la razón sirve para ampliar la experiencia, vincula recíprocamente a la inducción con la deducción, y desarrolla la demostración de las causas por sus efectos, y viceversa. En 1662, Antonie Arnauld y Pierre Nicole publican la Lógica de Port Royal, en la que consideran a la lógica como el arte de la manipulación acertada de la razón, establecen nuevas reglas para el método, lo mismo que para la conversión de juicios y la ejecución de inferencias, introducen la exigencia de la enunciación explícita de todos los axiomas que se requieran en un sistema y hacen un tratamiento sistemático de la teoría de la probabilidad. Por otra parte, G.W. Leibniz (1646-1716) extrae de su experiencia como matemático genial las ideas que habrían de sacar a la lógica formal del estancamiento a que la había llevado la escolástica. Leibniz intenta formular una característica universal, es decir, un lenguaje simbólico para expresar sin ambigüedad todos los elementos del pensamiento y luego combinarlos rigurosamente, formando así conceptos, juicios y razonamientos. Paralelamente, Leibniz formula una teoría general de la ordenación, establece una teoría lógica de las estructuras, planea la teoría de la lógica matemática, constituye una teoría de la definición, por analogía con la descomposición de los números enteros en sus factores primos, intenta establecer una lógica del descubrimiento y enuncia una teoría de las permutaciones.

## **Lógica matemática**

La primera formulación propiamente algebraica de la lógica, estableciendo definitivamente las leyes para la ejecución de las operaciones y dando una interpretación coherente de los resultados, se debe a George Boole (1815-1864), quien es así el creador de la lógica simbólica moderna. Boole funda el cálculo proposicional, enuncia las leyes del cálculo de clases, hace una sistematización de la lógica de la probabilidad y formula explícitamente la dualidad de las operaciones algebraicas. El algebra de Boole sirve de base a los trabajos de una activa escuela de lógica. A. de Morgan (1806-1871) desarrolla el cálculo de relaciones, establece varios razonamientos no-silogísticos, enuncia las leyes de transitividad y expresa rigurosamente las leyes distributivas de la negación, que llegan ahora su nombre. C.S. Peirce (1839-1914) desenvuelve el calculo de relaciones, establece las funciones proposicionales, introduce las variables y sus cuantificadores, y separa el calculo proposicional del calculo de clases. Por otra parte, F.L.G. Frege (1848-1925) investiga las relaciones lógicas necesarias para la fundamentación de la matemática y construye una lógica rigurosamente formalizada. G. Peano (1858-1932) hace una formulación axiomática de la aritmética, analiza el proceso demostrativo y expresa en un lenguaje formalizado los resultados de las ramas más importantes de la matemática. D. Hilbert (1862-1943) desarrolla la estructura lógica de los axiomas, formula los fundamentos de la geometría euclidiana con base en un sistema axiomático más riguroso que el de Euclides, y establece una teoría de la demostración. Mientras tanto, G. Cantor (1845-1918) crea la teoría de los conjuntos, que constituyen la estructura básica de la matemática entera, hace un análisis profundo del infinito y examina los axiomas de desigualdad. Esta etapa

culmina con el monumento lógico mas importante de nuestra época, los principios matemática de Bertrand Russell (1872-1970) y Alfred N. Whitehead (1861-1974), publicados en 1910 a 1913, en donde formulan rigurosamente la lógica matemática dentro del sistema mas completo que se ha establecido, realizan un tratamiento detallado del calculo proposicional, el calculo de clases y el calculo de relaciones, establecen la teoría de los tipos, analizan las paradojas hacen una critica refinada y profunda de la lógica simbólica, y crean el lenguaje formalizado que mas se utiliza en la actualidad.

## **Lógica dialéctica**

La lógica dialéctica indicada por Heraclito, desarrollada parcialmente por Platón y bosquejada fragmentariamente por Aristóteles, es tratada mas tarde por J.H. Eckhart (1260-1327) y por J. Boehme (1575-1624) y, después, es estudiada por I. Kant (1724-1804) en las antinomias de la razón y analizada y por J.G. Fichte(1762-1814) en la actividad de la conciencia y en las antinomias de la acción. La formulación general de la lógica dialéctica es hecha por G.W.F. Hegel (1770-1831) en su ciencia de la lógica. Hegel elabora el método dialéctico, formula las leyes de la negación, de la unidad de los opuestos y de la transformación reciproca entre cantidad y cualidad, hace un desarrollo dialéctico de las categorías, establece nuevas formas del juicio, estudia el proceso del conocimiento científico, aplica la lógica dialéctica a la teoría del conocimiento, y formula el esquema trafico del desarrollo en forma de tesis, antitesis y síntesis. Después, K. Marx (1818-1883) formula el método materialista dialéctico y lo aplica consecuentemente en la investigación científica de la economía F. Engels (1820-1895) formula con precisión las leyes dialécticas y destaca su función metódica, analiza la estructura dialéctica de la ciencia y desarrolla las categorías del conocimiento. V.I. Lenin (1870-1924) desarrolla la dialéctica como metodología científica, estudia la función que desempeña la práctica en el proceso del conocimiento y lo establece como criterio de verdad. En otros sentidos, B. Croce (1866-1952) desenvuelve la dialéctica del concepto, J. Cohn desarrolla la teoría lógica de la dialéctica, J. Cavailes (1903-1944) hace un análisis dialéctico de la lógica y la teoría de la ciencia, y A. Lautman (1908-1944) examina la estructura dialéctica de la matemática.

## **Época actual**

El desarrollo de la lógica en los últimos cincuenta años ha sido muy fecundo. En 1920, J. Lukasiewicz (1878-1956) formula la primera lógica trivalente, que implica el abandono de los principios de tercero excluido y de no-contradicción. Al año siguiente, E.L. Post (1897-1954) establece las bases para la formulación de sistemas lógicos con un número finito cualquiera de valores de verdad. En 1926, F. Gosseth (1890- ) establece una lógica trivalente con proposiciones verdaderas, falsas e indiferentes. En 1935, B. de Finetti (1906- ) formula una lógica trivalente de la probabilidad. Y, en 1937, P. Fevrier (1914- ) construye una lógica trivalente en la que introduce la incertidumbre como tercer valor. Por otra parte, A. Church (1903- ), R. Meter (1905- ), S.C. Kleene (1909- ) y A. M. Turing (1912-1954) formulan y desarrollan la recursividad, demostrando su equivalencia con la calculabilidad efectiva de las funciones. A. N. Prior

(1914- ) desarrolla la lógica modal. H.B. Curry y R. Feys (1889-1961) crean la lógica combinatoria. R. Carnal (1891- ) hace un análisis lógico del lenguaje, distingue entre sintaxis y semántica, y formula un sistema cuantitativo de lógica inductiva, basado en la probabilidad. A. Tarski (1902- ) establece la fundamentación de la meta lógica y la metamatemática, y hace un tratamiento semántico de la verdad P. Bernays (1888- ) y A.A. Fraenkel (1891- ) hacen un desarrollo axiomático de la teoría de los conjuntos, y unifican esa teoría con la lógica simbólica. G.K.E. Gentzen (1909-1945), F.B. Fitch (1908- ) y E.W. Beth (1908- ) trabajan en el refinamiento de los instrumentos del razonamiento y en la fundamentación lógica de la matemática. K. Goedel (1906- ) prueba la imposibilidad de demostrar que un sistema axiomático sea consistente, también prueba la imposibilidad de demostrar que un sistema axiomático sea completo, y formula la teoría de las sentencias indecibles. A. Mostowski desarrolla la teoría de las sentencias indecibles y establece tres pruebas de su existencia. A.A. Markov (1903- ) desarrolla la teoría de los algoritmos, en relación con el problema lógico de la decisión. P.J. Cohen prueba la imposibilidad de demostrar la independencia de los axiomas de un sistema formal. W. Jakowski establece un calculo proposicional de los sistemas deductivos contradictorios. A. Colman (1982- ), A. A. Zinoviev y A. Schaff (1913- ) intentan establecer una teoría lógica de las contradicciones reales. L.S. Rogowski formaliza algunos aspectos de la dialéctica, valiéndose de la lógica modal. G. Klaus, O. Lange (1904-1967), H. Greniewski (1903- ) y L. Apostel (1925- ) intentan construir un modelo cibernético de la dialéctica. Por ultimo, V. Filkron trabaja en el establecimiento de una síntesis de la lógica formal y la lógica dialéctica.

Por ultimo, V. Filkorn trabaja en el establecimiento de una síntesis de la lógica formal la lógica dialéctica.